

تمرین

۱) از بین موارد زیر، دنباله‌های هندسی را مشخص کنید و قدر نسبت آنها را بنویسید.

الف) $۷, ۲۸, ۱۱۲, ۴۴۸, \dots$

ب) $۲\sqrt{۵}, ۴\sqrt{۵}, ۶\sqrt{۵}, ۸\sqrt{۵}, \dots$

پ) $۱, \frac{-1}{۲}, \frac{1}{۴}, \frac{-1}{۸}, \dots$

ت) $۵, ۵, ۵, ۵, \dots$

۲) چند دنباله هندسی با قدر نسبت $\frac{4}{5}$ می‌توان ساخت؟ دو مورد را بنویسید.

۳) درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. در صورت درست بودن توضیح دهید و در صورت نادرست بودن مثال نقض ارائه کنید.

الف) هر دنباله، یا حسابی است یا هندسی.

ب) دنباله‌ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی.

۴) علی دوچرخه‌ای را به قیمت ۵۰۰ هزار تومان خرید. فرض کنید قیمت دوچرخه دست دوم، در هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد.

الف) اگر او بعد از ۳ سال قصد فروش دوچرخه‌اش را داشته باشد، به چه قیمتی می‌تواند آن را بفروشد؟

ب) قیمت دوچرخه بعد از گذشت n سال از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟

۵) حاصل ضرب بیست جمله اول دنباله هندسی مقابل را محاسبه کنید.

۶) جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ می‌باشند. دنباله را مشخص کنید.

۷) بنابر آمار منتشر شده از جانب پزشکی قانونی کشور، آمار تلفات جاده‌ای از عدد ۲۷۷۵۹ نفر در سال ۱۳۸۴ به عدد ۱۶۵۸۴ نفر در سال ۱۳۹۴ کاهش یافته است که نشان‌دهنده حدود ۵ درصد کاهش سالانه در این دهه است. اگر آمار حوادث رانندگی در کشور با همین سرعت کاهش یابد،

الف) پیش‌بینی می‌شود در هر یک از سال‌های منتهی به سال ۱۴۰۰ چند نفر از هم‌وطن‌های ما جان خود را در حوادث رانندگی از دست بدهند؟ نتایج را در جدول زیر ثبت کنید.

سال	۱۳۹۴	۱۳۹۵	۱۳۹۶	۱۳۹۷	۱۳۹۸	۱۳۹۹	۱۴۰۰
تعداد تلفات مورد انتظار							

ب) اعداد حاصل، چه نوع دنباله‌ای تشکیل می‌دهند؟

۱- از بین موارد زیر، دنباله‌های هندسی را مشخص کنید و قدر نسبت آنها را بنویسید.

$d = ۴$ الف) $۷, ۲۸, ۱۱۲, ۴۴۸, \dots$

ب) $۲\sqrt{۵}, ۴\sqrt{۵}, ۶\sqrt{۵}, ۸\sqrt{۵}, \dots$

$d = -\frac{1}{2}$ پ) $۱, \frac{-1}{۲}, \frac{1}{۴}, \frac{-1}{۸}, \dots$

$d = ۱$ ت) $۵, ۵, ۵, ۵, ۵, \dots$

۲- چند دنباله هندسی با قدر نسبت $\frac{4}{5}$ می‌توان ساخت؟ دو مورد را بنویسید. **بیشمار**

$۱, \frac{4}{5}, \frac{16}{25}, \dots$

$۵, ۴, \frac{16}{5}, \dots$

۳- درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. در صورت درست بودن توضیح دهید و در صورت نادرست بودن مثال نقض ارائه کنید.

الف) هر دنباله، یا حسابی است یا هندسی. **نادرست است، زیرا:**

$t_n = n^2 : ۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, \dots$

$t_n = n^3 : ۱, ۸, ۲۷, ۶۴, ۱۲۵, \dots$

ب) دنباله‌ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی. **نادرست است، زیرا:**

$۳, ۳, ۳, ۳, ۳, \dots$

$d = ۳ - ۳ = ۰$

$r = \frac{۳}{۳} = ۱$

۴- علی دوچرخه‌ای را به قیمت ۵۰۰ هزار تومان خرید. فرض کنید قیمت دوچرخه دست دوم، هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد.

الف) اگر او بعد از ۳ سال قصد فروش دوچرخه‌اش را داشته باشد، به چه قیمتی می‌تواند آن را بفروشد؟

$t_1 = ۵۰۰,۰۰۰$

$r = \frac{۸۰}{۱۰۰} = \frac{4}{5}$

$n = ۴$

$t_n = t_1 r^{n-1}$

$t_4 = ۵۰۰,۰۰۰ \left(\frac{4}{5}\right)^3$

$t_4 = ۵۰۰,۰۰۰ \left(\frac{64}{125}\right)$

$t_4 = ۲۵۶,۰۰۰$

روش دوم

سال اول امسال
 $۵۰۰,۰۰۰ \times ۰/۸ = ۴۰۰,۰۰۰$

سال دوم
 $۴۰۰,۰۰۰ \times ۰/۸ = ۳۲۰,۰۰۰$

سال سوم
 $۳۲۰,۰۰۰ \times ۰/۸ = ۲۵۶,۰۰۰$

ب) قیمت دوچرخه بعد از گذشت n سال از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟

$t_1 = ۵۰۰,۰۰۰$

$r = ۱ - ۰/۲ = ۰/۸$

$t_n = t_1 r^{n-1} = ۵۰۰,۰۰۰ (۰/۸)^{n-1}$

$۲, ۴, ۸, \dots$

۵- حاصل ضرب بیست جمله اول دنباله هندسی مقابل را محاسبه کنید.

$t_1 = ۲$

$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{4}{2} = ۲$

$t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow t_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n$

$t_1 \times t_2 \times t_3 \times \dots \times t_{20}$

$2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \dots \times 2^{20} = 2^{1+2+3+\dots+20} \Rightarrow 2^{\frac{20(20+1)}{2}} \Rightarrow 2^{210}$

۶- جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ می‌باشند. دنباله را مشخص کنید.

$t_6 = ۹۶$

$t_3 = ۱۲$

$۹۶ = t_1 r^5$

$۱۲ = t_1 r^2$

$۸ = r^3 \Rightarrow r = ۲ \longrightarrow ۱۲ = t_1 2^2 \Rightarrow t_1 = ۳ \longrightarrow t_n = 3(2)^{n-1}$

۷- بنابر آمار منتشر شده از جانب پزشکی قانونی کشور، آمار تلفات جاده‌ای از عدد ۲۷۷۵۹ نفر در سال ۱۳۸۴ به عدد ۱۶۵۸۴ نفر در سال ۱۳۹۴ کاهش یافته است که نشان‌دهنده حدود ۵ درصد کاهش سالانه در این دهه است. اگر آمار حوادث رانندگی در کشور با همین سرعت کاهش یابد.

یعنی می‌گویید هر سال به اندازه‌ی ۹۵ درصد سال قبل، انسان فوت می‌کند.

الف) پیش‌بینی می‌شود در هر یک از سال‌های منتهی به سال ۱۴۰۰ چند نفر از هم‌وطن‌های ما جان خود را در حوادث رانندگی از دست بدهند؟ نتایج را در جدول زیر ثبت کنید.

سال	۱۳۹۴	۱۳۹۵	۱۳۹۶	۱۳۹۷	۱۳۹۸	۱۳۹۹	۱۴۰۰
تعداد تلفات مورد انتظار	۱۶۵۸۴	۱۵۷۵۴/۸	۱۴۹۶۷/۰۶	۱۴۲۱۸/۷۰۷	۱۳۵۰۷/۷۷۱	۱۲۸۳۲/۳۸۲	۱۲۱۹۰/۷۶۲

ب) اعداد حاصل، چه نوع دنباله‌ای تشکیل می‌دهند؟ **دنباله هندسی با قدر نسبت ۰/۹۵ است.**