

تمرین

۱ الف) یکی از علامت‌های < یا = یا > را در $\square$ قرار دهید.

$$(\circ/\circ)^2 \square (\circ/\circ)^3 \quad \sqrt{\circ/\circ} \square \sqrt[3]{\circ/\circ} \quad 4^2 \square 4^3 \quad \sqrt{4} \square \sqrt[3]{4}$$

ب) وقتی $0 < a < 1$ است، یکی از علامت‌های مقایسه را در $\square$ قرار دهید.

$$a^2 \square a^3 \quad \sqrt{a} \square \sqrt[3]{a}$$

پ) وقتی $a > 1$ است، یکی از علامت‌های مقایسه را در $\square$ قرار دهید.

$$a^2 \square a^3 \quad \sqrt{a} \square \sqrt[3]{a}$$

۲ الف) یکی از علامت‌های < = > را در $\square$ قرار دهید.

$$(-\circ/\circ)^2 \square (-\circ/\circ)^3 \quad (-2)^2 \square (-2)^3$$

$$(-\circ/\circ)^3 \square (-\circ/\circ)^5 \quad (-2)^3 \square (-2)^5$$

$$(\circ/\circ)^4 \square (-\circ/\circ)^2 \quad (-2)^4 \square (-2)^2$$

24ghadam.com

۳ با توجه به تعریف ریشه (اگر $\sqrt[n]{a} = b$ آنگاه $b^n = a$)، نشان دهید برای هر عدد a و هر عدد طبیعی n (به شرط با معنا بودن رادیکال) رابطه زیر برقرار است:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

۴ آیا تساوی $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ برقرار است؟ n را برابر ۳، ۴ یا ۵ بگیرید و به جای a و b مقدارهای عددی بدهید.

۵ عددهای زیر را مانند نمونه محاسبه کنید.

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \rightarrow \sqrt[3]{5^{-3}} = \frac{1}{5}$$

$$\sqrt[5]{3^{-5}} = \sqrt[5]{\frac{1}{3^5}} = \sqrt[5]{\frac{1}{128}} = \sqrt[5]{3^{-5}} = \frac{1}{3}$$

۶ به جای a و b و عدد طبیعی n عددهایی قرار دهید؛ به طوری که:

الف) تساوی $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ برقرار باشد.

ب) تساوی $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ برقرار نباشد.

24ghadam.com

پاسخ

۱- الف: یکی از علامت‌های < یا = یا > را در $\square$ قرار دهید.

$$(\circ/\circ)^2 > (\circ/\circ)^3 \quad \sqrt{\circ/\circ} < \sqrt[3]{\circ/\circ} \quad 4^2 < 4^3 \quad \sqrt{4} > \sqrt[3]{4}$$

24ghadam.com

ب: وقتی $0 < a < 1$ است، یکی از علامت‌های مقایسه را در $\square$ قرار دهید.

$$a^2 > a^3 \quad \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$$

پ: وقتی $a > 1$ است، یکی از علامت‌های مقایسه را در $\square$ قرار دهید.

$$a^2 < a^3 \quad \sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$$

24ghadam.com

۲- یکی از علامت‌های < = > را در $\square$ قرار دهید.

$$\begin{array}{lll} (-\circ/\circ)^2 > (-\circ/\circ)^3 & (-2)^2 > (-2)^3 & (-2)^3 > (-2)^5 \\ (-\circ/\circ)^3 < (-\circ/\circ)^5 & (-2)^3 > (-2)^5 & (-2)^5 > (-2)^2 \\ (\circ/\circ)^4 < (-\circ/\circ)^2 & (-2)^4 > (-2)^2 & \end{array}$$

۳- با توجه به تعریف ریشه (اگر $\sqrt[n]{a} = b$ آنگاه $b^n = a$)، نشان دهید برای هر عدد a و هر عدد طبیعی n (به شرط با معنا بودن رادیکال) رابطه زیر برقرار است:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a \quad \sqrt[n]{a} = b \Rightarrow \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a \Rightarrow b^n = a$$

24ghadam.com

۴- آیا تساوی $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ برقرار است؟ n را برابر ۳، ۴ یا ۵ بگیرید و به جای a و b مقدارهای عددی بدهید.

 $n = 3$

$$\sqrt[3]{27+8} = \sqrt[3]{35} \approx 3$$

$$\sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{8} = 3 + 2 = 5$$

 $n = 4$

$$\sqrt[4]{16+1} = \sqrt[4]{17} \approx 2$$

$$\sqrt[4]{16} + \sqrt[4]{1} = 2 + 1 = 3$$

 $n = 5$

$$\sqrt[5]{32+1} = \sqrt[5]{33} \approx 2$$

$$\sqrt[5]{32} + \sqrt[5]{1} = 2 + 1 = 3$$

24ghadam.com

۵- عددهای زیر را مانند نمونه محاسبه کنید.

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \rightarrow \sqrt[3]{5^{-3}} = \frac{1}{5}$$

$$\sqrt[5]{2^{-5}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{1}{2} \quad \sqrt[7]{\frac{1}{128}} = \sqrt[7]{\frac{1}{2^7}} = \sqrt[7]{\left(\frac{1}{2}\right)^7} = \frac{1}{2} \quad \sqrt[4]{3^{-4}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{4}{4}} = \frac{1}{3}$$

24ghadam.com

۶- به جای a و b عدد طبیعی n عددهایی قرار دهید؛ به طوری که:

$$\sqrt[3]{\frac{8}{64}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

الف) تساوی $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ برقرار باشد.

$$\sqrt[4]{\frac{-16}{-81}} \neq \frac{\sqrt[4]{-16}}{\sqrt[4]{-81}} \Rightarrow \pm \frac{2}{3} \neq \frac{\sqrt[4]{-16}}{\sqrt[4]{-81}}$$

ب) تساوی $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ برقرار نباشد.