

تمرین

۱ در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم قرار دارند. در پایان این لیگ تیم‌های اول تا سوم به چند حالت مختلف می‌توانند مشخص شوند؟

۲ از بین تعدادی کتاب مختلف می‌خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه‌ای بچینیم. اگر تعداد حالت‌های مختلف برای این کار ۲۱۰ تا باشد، تعداد کتاب‌ها چند تا است؟

۳ کدام یک از موارد زیر درست و کدام نادرست است؟

$$6! = 3! + 3!$$

$$6! = 6 \times 5!$$

$$8! = 4! \times 2!$$

$$2 \times 3! = 6!$$

$$(3!)^2 = 9!$$

$$4! = \frac{8!}{2!}$$

۴ در یک نوع ماشین حساب کوچک که دارای ۲۰ کلید است، برای انجام یک دستور خاص باید سه کلید مشخص با ترتیبی مشخص فشار داده شوند. اگر فردی نداند سه کلید مورد نظر کدام‌اند و بخواهد به‌طور تصادفی این کار را انجام دهد و فشردن هر سه کلید ۲ ثانیه زمان بخواهد، این فرد حداکثر (در بدترین حالت) در چه زمانی می‌تواند دستور مورد نظر را اجرا کند؟

۵ با حروف کلمه «گل پیرا» و بدون تکرار حروف
الف) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت؟ چندتا از آنها با «گل» شروع می‌شود؟
ب) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت؟
پ) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که در آنها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟
ت) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که در آنها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟
ث) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت که در آنها حروف کلمه «پیرا» کنار هم آمده باشند؟

۱- در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم قرار دارند. در پایان این لیگ تیم‌های اول تا سوم به چند حالت مختلف می‌توانند مشخص شوند؟

$$P(18, 3) = \frac{18!}{15!} = \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15!}{15!} = 4896$$

$$18 \times 17 \times 16 = 4896$$

۲- از بین تعدادی کتاب مختلف می‌خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه‌ای بچینیم. اگر تعداد حالت‌های مختلف برای این کار ۲۱۰ تا باشد، تعداد کتاب‌ها چندتا است؟

$$P(n, 3) = 210 \rightarrow \frac{n!}{(n-3)!} = 210 \rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = 210 \rightarrow n(n-1)(n-2) = 210$$

حاصل ضرب ۳ عدد طبیعی متوالی ۲۱۰ شده است که عبارت‌اند از ۵ و ۶ و ۷، پس تعداد کتاب‌ها ۷ تا است.

۳- کدام یک از موارد زیر درست و کدام نادرست است؟

$$6! = 3! + 3!$$

نادرست $720 \neq 6 + 6$

$$6! = 6 \times 5!$$

درست

$$8! = 4! \times 2!$$

نادرست $40320 \neq 24 \times 2$

$$2 \times 3! = 6!$$

نادرست $2 \times 6 \neq 720$

$$(3!)^2 = 9!$$

نادرست $6^2 \neq 362880$

$$4! = \frac{8!}{2!}$$

نادرست $24 \neq 20160$

۴- در یک نوع ماشین حساب کوچک که دارای ۲۰ کلید است، برای انجام یک دستور خاص باید سه کلید مشخص با ترتیبی مشخص فشار داده شوند. اگر فردی نداند سه کلید مورد نظر کدام‌اند و بخواهد به‌طور تصادفی این کار را انجام دهد و فشردن هر سه کلید ۲ ثانیه زمان بخواهد، این فرد حداکثر (در بدترین حالت) در چه زمانی می‌تواند دستور مورد نظر را اجرا کند؟

از آنجا که ترتیب فشردن کلیدها مهم است پس در اینجا جایگشت ۳ شیء از میان ۲۰ شیء متمایز داریم.

$$p(20, 3) = \frac{20!}{(20-3)!} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17!}{17!} = 20 \times 19 \times 18 = 6840$$

تعداد کل حالت‌های انتخاب سه کلید از بین ۲۰ کلید و فشردن آنها با ترتیب خاص.

$$6840 \times 2s = 13680s = 228 \text{ min}$$

۵- با حروف کلمه «گل پیرا» و بدون تکرار حروف

الف) چند کلمه ۶ حرفی می‌تواند نوشت؟ چندتا از آنها با «گل» شروع می‌شود؟

$$6$$

$$5$$

$$4$$

$$3$$

$$2$$

$$1$$

$$= 720$$

$$4$$

$$3$$

$$2$$

$$1$$

$$ل$$

$$گ$$

$$= 24$$

ب) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت؟

$$p(6, 4) = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

$$6$$

$$5$$

$$4$$

$$3$$

$$= 360$$

پ) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت که در آنها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟

$$5$$

$$4$$

$$3$$

$$2$$

$$ر$$

$$پ$$

$$= 5! \times 2! = 240$$

ت) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که در آنها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟

$$4$$

$$3$$

$$ر$$

$$پ$$

$$= 12 \times 2 = 24$$

$$4$$

$$ر$$

$$پ$$

$$3$$

$$= 12 \times 2 = 24$$

$$ر$$

$$پ$$

$$4$$

$$3$$

$$= 12 \times 2 = 24$$

$$= 3 \times 24 = 72$$

ث) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت که در آنها حروف کلمه «پیرا» هم آمده باشند؟

$$2$$

$$1$$

$$ر$$

$$ی$$

$$پ$$

$$= 2 \times 4! = 48$$

$$1$$

$$ر$$

$$ی$$

$$پ$$

$$2$$

$$= 4! \times 2 = 48$$

$$= 2 \times 48 = 96$$