

تمرین

۱) یک فروشندهٔ تنقلات در فروشگاه خود، پسته، بادام، گردو، تخمهٔ کدو، تخمهٔ ژاپنی، نخودچی و کشمش دارد. از نظر او در یک آجیل حداقل پنج نوع از تنقلات فوق باید وجود داشته باشد. او با تنقلات موجود در فروشگاهش چند نوع آجیل می‌تواند درست کند؟

۲) یک اداره دارای ۱۸ عضو است. این اداره دارای ۱ رئیس، ۳ معاون، ۲ حسابدار، ۶ کارشناس اداری، ۳ کارمند کارگزینی و ۳ کارشناس امور حقوقی است. این اداره ماهانه باید جلسه ای ۵ نفره جهت بررسی و تصویب آخرین طرح های پیشنهادی برگزار کند. به چند طریق این گروه ۵ نفره می تواند انتخاب شود، هرگاه :

الف) رئیس و دقیقاً یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟
ب) رئیس و دقیقاً یک معاون و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟
پ) رئیس و دقیقاً یک معاون، یک حسابدار و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

۳) در یک کلاس تعدادی از دانش‌آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی‌اند، داوطلب حضور در مسابقات علمی مدرسه هستند. معلم قصد دارد ۲ نفر را به تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می‌تواند از بین داوطلبان انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده است؟

۴) گل فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟

۵) یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ قرمز، آبی، زرد و مشکی دارد. اگر او با ترکیب دو یا چند قوطی از رنگ‌های متمایز بتواند دقیقاً یک رنگ جدید به‌دست آورد، او چند رنگ می‌تواند داشته باشد؟

چرا با اینکه در کارهای هنری فقط از همین ۴ رنگ استفاده می‌شود، اما تعداد رنگ‌های حاصل بیشتر از جواب شماس‌ت؟

۶) هفت نقطهٔ A و B و C و D و E و F و G روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می‌توان کشید که رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شده باشند؟

۷) یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه ها یک طعم مخصوص درست می‌کند. این آشپز چند طعم می‌تواند درست کند هرگاه
الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه‌ها نداشته باشد؟
ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی‌توانند استفاده شوند؟
پ) سه ادویه هستند که نباید هر سه با هم استفاده شوند؟
ت) ادویه‌ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می‌شوند که هیچ یک از ادویه‌های دسته اول با هیچ‌یک از ادویه‌های دسته دوم سازگاری ندارند؟

۸) مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر باشد با :

الف) $\binom{6}{2} \times \binom{5}{3}$

ب) $\binom{6}{2} + \binom{5}{3}$

24ghadam.com

پاسخ

۱- یک فروشندهٔ تنقلات در فروشگاه خود، پسته، بادام، گردو ، تخمهٔ کدو ، تخمهٔ ژاپنی ، نخودچی و کشمش دارد. از نظر او در یک آجیل حداقل پنج نوع از تنقلات فوق باید وجود داشته. او با تنقلات موجود در فروشگاهش چند نوع آجیل می‌تواند درسا کند؟

$\binom{7}{5}$ یا $\binom{7}{6}$ یا $\binom{7}{7}$

$1 + 7 + 21 = 29$

۲- یک اداره دارای ۱۸ عضو است. این اداره دارای ۱ رئیس ، ۳ معاون ، ۲ حسابدار ، ۶ کارشناس اداری ، ۳ کارمند کارگزینی و ۳ کارشناس امور حقوقی است. این اداره ماهانه باید جلسه‌ای ۵ نفره جهت بررسی و تصویب آخرین طرح‌های پیشنهادی برگزار کند. به‌چند طریق این گروه ۵ نفره می‌تواند انتخاب شود، هرگاه:

الف) رئیس و دقیقاً یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

$\binom{14}{3}$ و $\binom{3}{1}$ و $\binom{1}{1}$

$1 \times 3 \times 364 = 1092$

ب) رئیس و دقیقاً یک معاون و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

$\binom{11}{2}$ و $\binom{3}{1}$ و $\binom{3}{1}$ و $\binom{1}{1}$

$55 \times 3 \times 3 \times 1 = 495$

پ) رئیس و دقیقاً یک معاون، یک حسابدار و یک کارشناس امور حقوقی در جلسه باشند؟

$\binom{9}{1}$ و $\binom{3}{1}$ و $\binom{2}{1}$ و $\binom{3}{1}$ و $\binom{1}{1}$

$9 \times 3 \times 2 \times 3 \times 1 = 162$

۳- در یک کلاس تعدادی از دانش‌آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی‌اند، داوطلب حضور در مسابقات علمی مدرسه هستند. معلم قصد دارد ۲ نفر را به‌تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می‌تواند بین داوطلبان انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده است؟

$\binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2} = 28$

$n(n-1) = 56 \Rightarrow n^2 - n - 56 = 0 \Rightarrow (n-8)(n+7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 8 \\ n = -7 \end{cases}$ غیر قابل قبول

۴- گل فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته گل مختلف می‌تواند درست کند؟

$\binom{10}{5}$ یا $\binom{10}{4}$ یا $\binom{10}{3}$

$252 + 210 + 120 = 582$

۵- یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ قرمز ، آبی ، زرد و مشکی دارد. اگر او با ترکیب دو یا چند قوطی از رنگ‌های متمایز بتواند دقیقاً یک رنگ جدید به‌دست آورد، او چند رنگ می‌تواند داشته باشد؟

$\binom{4}{4}$ یا $\binom{4}{3}$ یا $\binom{4}{2}$

$1 + 4 + 6 = 11$

او با این ۴ رنگ ۱۱ رنگ جدید می‌سازد، که در مجموع به همراه آن ۴ رنگ درکل ۱۵ رنگ خواهد داشت. $11 + 4 = 15$

چرا با اینکه در کارهای هنری فقط از همین ۴ رنگ استفاده می‌شود، اما تعداد رنگ‌های حاصل بیشتر از جواب شماس‌ت؟ زیرا با ترکیب هر یک از این ۴ رنگ با ۱۱ رنگ جدید، رنگهای جدید بسیاری می‌توان ساخت، همچنین با ترکیب آن رنگهای ایجاد شده.

۶- هفت نقطهٔ A و B و C و D و E و F و G روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می‌توان کشید که رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شده باشند؟

از آنجا که برای رسم یک مثلث به سه نقطه نیاز داریم، پس خواهیم داشت:

$C(7, 3) = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 4!} = 35$

۷- یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه‌ها یک طعم مخصوص درست می‌کند. این آشپز چند طعم می‌تواند درست کند هرگاه

الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه‌ها نداشته باشد؟

$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$

ب) دو نوع ادویه هستند که باهم نمی‌توانند استفاده شوند؟

از اصل متمم استفاده می‌کنیم، ابتدا حالت‌هایی را محاسبه می‌کنیم که در آنها دو ادویه A و B باهم استفاده می‌شود، که البته فقط یک انتخاب دیگه برای تکمیل ترکیب ۳ ادویه‌ای داریم (چون دوتاش A و B هستند) سپس پاسخ را از تعداد کل حالت‌ها کم می‌کنیم.

تعداد انتخاب ما در حضور حضور A و B - تعداد حالات کل = تعداد حالات حضور A و B

$\binom{10}{3} - \binom{8}{1} = 120 - 8 = 112$

پ) سه ادویه هستند که نباید هر سه باهم استفاده شوند؟

ابتدا حالت‌هایی را محاسبه می‌کنیم که در آنها سه ادویه باهم استفاده می‌شود سپس پاسخ را از تعداد کل حالت‌ها کم می‌کنیم.

$\binom{10}{3} - \binom{3}{3} = 120 - 1 = 119$

ت) ادویه‌ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می‌شوند که هیچ یک از ادویه‌های دسته اول با هیچ یک از ادویه‌های دسته دوم سازگاری ندارند؟

ادویه‌ها به دو دسته تقسیم شده‌اند و انتخاب ما یکی از این دو دسته است. به بیانی دیگر انتخاب ۳ ادویه از بین ۵ ادویه دسته اول یا انتخاب ۳ ادویه از بین ۵ ادویه دسته دوم.

$\binom{5}{3} + \binom{5}{3} = 10 + 10 = 20$

۸- مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر باشد با:

الف) $\binom{6}{2} \times \binom{5}{3}$

از بین ۶ فیلم ایرانی و ۵ فیلم خارجی می‌خواهیم ۵ فیلم را انتخاب ما یکی از این دو دسته است. به بیانی دیگر انتخاب ۳ و ۳ فیلم خارجی. به چند طریق می‌توانیم این کار را انجام دهیم.

ب) $\binom{6}{2} + \binom{5}{3}$

می‌خواهیم در دلینو از بین ۵ غذای ایرانی ۳ تای آنها را، یا از بین ۶ غذای فست‌فود ۲ تای آنها را سفارش دهیم. به چند طریق می‌توانیم این کار را انجام دهیم.