

تمرین

۱) هر یک از اعداد طبیعی و زوج کوچک‌تر از ۱۱ را روی یک کارت می‌نویسیم و یکی از این کارت‌ها را به تصادف برمی‌داریم:

الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش یا پدیده تصادفی را مشخص کنید.

ب) چه تعداد پیشامد تصادفی را روی این فضای نمونه‌ای می‌توان تعریف کرد؟

پ) پیشامد A را که در آن «عدد روی کارت انتخاب شده بر ۴ بخش‌پذیر باشد»، مشخص کنید.

۲) فرض کنید B و A و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند. هر یک از عبارت‌های توصیفی زیر را با نمودار ون نمایش دهید و هاشور بزنید.

الف) پیشامدهای A و C رخ بدهند؛ ولی B رخ ندهد.

ب) فقط پیشامد B رخ بدهد.

پ) پیشامد B رخ بدهد و C رخ ندهد.

۳) هر یک از ارقام ۱ تا ۸ را روی یک کارت می‌نویسیم و آنها را در یک کیسه قرار می‌دهیم؛ سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. هر یک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید:

الف) فضای نمونه‌ای و پیشامد A که در آن «عدد روی کارت زوج باشد».

ب) پیشامد B که در آن «عدد روی کارت اول باشد».

پ) پیشامد C که در آن «عدد رو شده بزرگ‌تر از ۲ باشد».

۴) خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. فضای نمونه‌ای مربوط به فرزندان این خانواده را و پیشامد آنکه حداقل یکی از فرزندان دختر باشد را مشخص کنید.

۵) سکه‌ای را به هوا می‌اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس می‌اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه دیگر را می‌اندازیم:

الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد آنکه «تاس زوج بیاید» را مشخص کنید.

پ) پیشامد آنکه «حداقل ۲ سکه رو بیاید» را مشخص کنید.

۶) می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز کلاس دهم رشته ریاضی و ۲ دانش‌آموز دهم رشته تجربی یک تیم دو نفره تنیس روی میز انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چقدر احتمال دارد:

الف) هر دو نفر، از دانش‌آموزان کلاس دهم ریاضی باشند؟

ب) هر دو نفر، هم‌رشته باشند؟

پ) ۱ نفر از رشته ریاضی و ۱ نفر از رشته تجربی باشد؟

۷) یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد. اگر ۳۴ درصد از مشتریان کارت نوع $A \left(P(A) = \frac{34}{100} \right)$ و ۶۲ درصد

کارت نوع B و ۱۵ درصد هر دو کارت را همراه داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو

کارت از این فروشگاه خرید کنند؟

۸) اگر ۷ نفر که دو نفر آنها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد:

الف) دو برادر کنار یکدیگر نباشند؟

ب) یکی از آنها در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرند؟

۹) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \subseteq B$ ، ثابت کنید، $P(A) \leq P(B)$.

24ghadam.com

پاسخ

۱- هریک از اعداد طبیعی و زوج کوچک‌تر از ۱۱ را روی یک کارت می‌نویسیم و یکی از این کارت‌ها را به تصادف برمی‌داریم:

$$S = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰\}$$

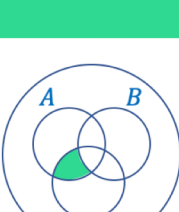
ب) چه تعداد پیشامد تصادفی را روی این فضای نمونه‌ای می‌توان تعریف کرد؟

همان تعداد زیر مجموعه‌های پیشامد می‌باشد.

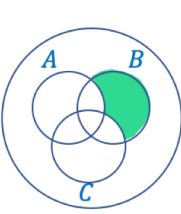
پ) پیشامد A را که در آن ((عدد روی کارت انتخاب شده بر ۴ بخش پذیر باشد.)) مشخص کنید.

$$S = \{۴, ۸\}$$

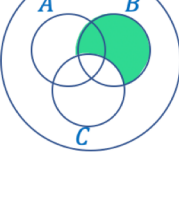
۲- فرض کنید A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند. هر یک از عبارت‌های توصیفی زیر را با نمودار ون نمایش دهید و هاشور بزنید.



الف: پیشامدهای A و C رخ بدهند ولی B رخ ندهد.



ب: فقط پیشامد B رخ بدهد.



پ: پیشامد B رخ دهد ولی C رخ ندهد.

۳- هر یک از ارقام ۱ تا ۸ را روی یک کارت می‌نویسیم و آنها را در یک کیسه قرار می‌دهیم؛ سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. هر یک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید:

$$S = \{1, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸\}$$

$$A = \{۲, ۴, ۶, ۸\}$$

ب) پیشامد B که در آن (عدد روی کارت اول باشد).

$$B = \{۲, ۳, ۵, ۷\}$$

پ) پیشامد C که در آن (عدد رو شده بزرگتر از ۲ باشد).

$$C = \{۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸\}$$

۴- خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. فضای نمونه‌ای مربوط به فرزندان این خانواده را و پیشامد آنکه حداقل یکی از فرزندان دختر باشد را مشخص کنید.

$$S = \{(د, پ, پ), (د, پ, پ), (پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, د, د), (د, پ, د), (پ, د, د), (د, پ, د), (د, د, پ), (د, د, د)\}$$

پیشامد آنکه حداقل یکی از فرزندان دختر باشد:

$$A = \{(د, پ, پ), (د, پ, پ), (پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, د, د), (د, پ, د), (پ, د, د), (د, پ, د), (د, د, پ), (د, د, د)\}$$

۵- سکه‌ای را به هوا می‌اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس می‌اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه دیگر را می‌اندازیم:

الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

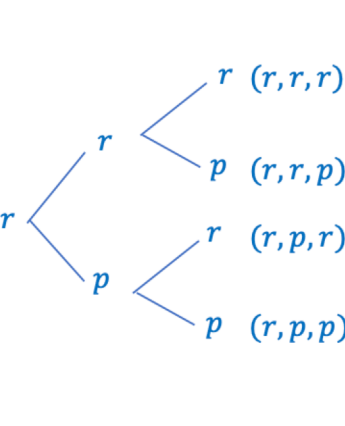
$$S = \{(p, ۱), (p, ۲), (p, ۳), (p, ۴), (p, ۵), (p, ۶), (r, r, r), (r, r, p), (r, p, r), (r, p, p)\}$$

ب) پیشامد آنکه (تاس زوج بیاید) را مشخص کنید.

$$S = \{(p, ۲) \text{ و } (p, ۴) \text{ و } (p, ۶)\}$$

پ) پیشامد آنکه (حداقل ۲ سکه رو بیاید) را مشخص کنید.

$$S = \{(r, r, r), (r, r, p), (r, p, r)\}$$



۶- می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز کلاس دهم رشته ریاضی و ۲ دانش‌آموز دهم رشته تجربی یک تیم دو نفره تنیس روی میز انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چقدر احتمال دارد:

الف) هر دو نفر، از دانش‌آموزان کلاس دهم ریاضی باشند؟

$$\left. \begin{aligned} n(S) &= \binom{5}{2} = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10 \\ n(A) &= \binom{3}{2} = \frac{3!}{1! \times 2!} = 3 \end{aligned} \right\} \longrightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow p(A) = \frac{3}{10}$$

ب) هر دو نفر، هم‌رشته باشند؟

$$\left. \begin{aligned} n(S) &= \binom{5}{2} = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10 \\ n(B) &= \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = 4 \end{aligned} \right\} \longrightarrow p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow p(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

پ) یک نفر از رشته ریاضی و یک نفر از رشته تجربی باشد؟

$$\left. \begin{aligned} n(S) &= \binom{5}{2} = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10 \\ n(C) &= \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 6 \end{aligned} \right\} \longrightarrow p(C) = \frac{n(C)}{n(S)} \Rightarrow p(C) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

۷- یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد. اگر ۳۴ درصد از مشتریان کارت نوع A و ۶۲ درصد کارت نوع B و ۱۵ درصد هر دو کارت را همراه داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو کارت از این فروشگاه خرید کنند؟

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{34}{100} + \frac{62}{100} - \frac{15}{100} = \frac{81}{100}$$

۸- اگر ۷ نفر که دو نفر آنها باهم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد:

الف) دو برادر کنار یکدیگر نباشند؟

$$n(S) = 7!$$

با استفاده از متمم پیشامد A راحت‌تر می‌توانیم به جواب برسیم. یعنی حالتی را که دو برادر کنار هم باشند را محاسبه می‌کنیم از کل حالت‌ها کم می‌کنیم.

$$n(A'): \boxed{6} \quad \boxed{5} \quad \boxed{4} \quad \boxed{3} \quad \boxed{2} \quad \boxed{1} \quad \boxed{۲!} = 6! \times ۲!$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} \Rightarrow p(A') = \frac{6! \times 2!}{7!} = \frac{6! \times 2!}{7 \times 6!} = \frac{2}{7}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{2}{7} = \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

ب) یکی از آنها در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرند؟

$$n(S) = 7!$$

$$n(B): \boxed{1} \quad \boxed{5} \quad \boxed{4} \quad \boxed{3} \quad \boxed{2} \quad \boxed{۱} \quad \boxed{۲!} = ۵! \times ۲!$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow p(B) = \frac{۵! \times 2!}{7!} = \frac{۵! \times ۲!}{7 \times 6 \times ۵!} = \frac{۱}{۲1}$$

۹- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $A \subseteq B$ ، ثابت کنید، $P(A) \leq P(B)$.

زمانی که A زیرمجموعه B باشد، تعداد عضوهای A از تعداد عضوهای B کمتر است.

$$A \subseteq B \Rightarrow n(A) \leq n(B) \Rightarrow \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow p(A) \leq P(B)$$