

تمرین

- ۱) هر یک از زاویه‌های زیر را روی دایره مثلثاتی رسم کنید، سپس مشخص کنید در کدام یک از نواحی چهارگانه قرار می‌گیرد.
- الف) $270^\circ +$ (ب) 225° (پ) $135^\circ -$ (ت) 185°
- ۲) در هر یک از موارد زیر، نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید.
- الف) $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ (در ربع چهارم)
 ب) $\sin \beta = \frac{-1}{4}$ (در ربع سوم)
- ۳) اگر $\sin \theta$ و $\tan \theta$ هم علامت باشند، آنگاه θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

۴) حدود زاویه θ را در هر یک از حالات زیر مشخص کنید.

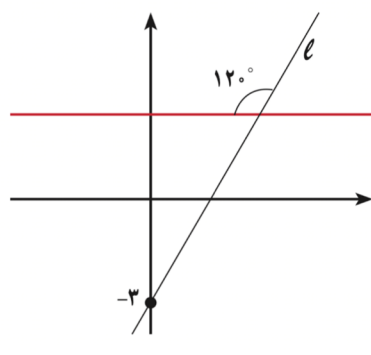
الف) $\cos \theta > 0, \sin \theta > 0$ ب) $\cos \theta > 0, \sin \theta < 0$

۵) اگر $\sin \alpha \times \cos \alpha < 0$ ، آنگاه α در کدام یک از نواحی چهارگانه می‌تواند قرار بگیرد؟ چرا؟

۶) زاویه‌ای مثل α پیدا کنید به طوری که $\tan \alpha > \cot \alpha$. اکنون زاویه‌ای مثل β پیدا کنید، به طوری که $\tan \beta > \cot \beta$. از این تمرین چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

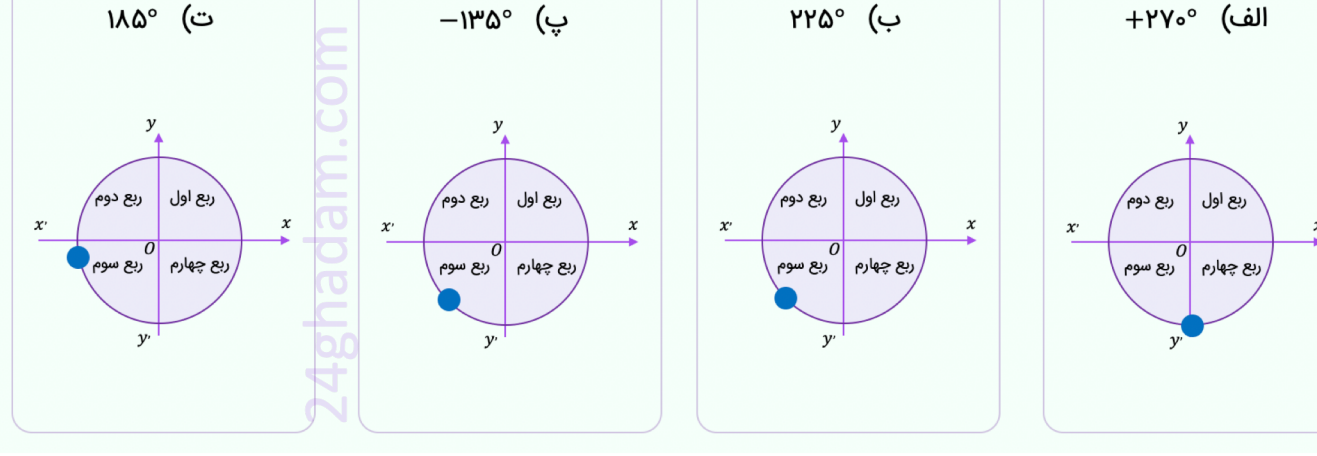
۷) در تمرین ۶ به جای تانژانت و کتانژانت به ترتیب سینوس و کسینوس قرار دهید و در مورد آن بحث کنید.

۸) معادله خطی را بنویسید که زاویه آن با جهت مثبت محور xها 45° است و نقطه $(2, 0)$ روی آن قرار دارد.



۹) با توجه به شکل زیر، معادله خط l را به دست آورید.

۱- هر یک از زاویه‌های زیر را روی دایره مثلثاتی رسم کنید، سپس مشخص کنید در کدام یک از نواحی چهارگانه قرار می‌گیرد.



۲- در هر یک از موارد زیر، نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی را به دست آورید.

الف) $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ (در ربع چهارم)

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \rightarrow \sqrt{1 - \frac{9}{16}} \rightarrow \sqrt{\frac{7}{16}} \rightarrow \frac{\sqrt{7}}{4}$$

در ناحیه چهارم سینوس منفی است

$$\sin \alpha = \frac{-\sqrt{7}}{4}, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\sqrt{7}/4}{3/4} = -\frac{\sqrt{7}}{3}, \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{3}{\sqrt{7}} = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$$

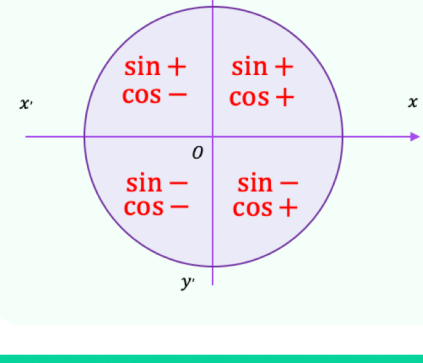
ب) $\sin \beta = \frac{-1}{4}$ (در ربع سوم)

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} \rightarrow \sqrt{1 - \frac{1}{16}} \rightarrow \sqrt{\frac{15}{16}} \rightarrow \frac{\sqrt{15}}{4}$$

در ناحیه سوم، کسینوس منفی است

$$\cos \beta = -\frac{\sqrt{15}}{4}, \tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{-1/4}{-\sqrt{15}/4} = \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{15}, \cot \beta = \frac{1}{\tan \beta} = \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{15}$$

۳- اگر $\tan \theta$ و $\sin \theta$ هم علامت باشند، آنگاه θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟



در نسبت‌های مثلثاتی داریم: $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ پس با توجه به علامت سینوس و کسینوس در نواحی چهارگانه دایره مختصاتی متوجه می‌شویم که $\sin \theta$ و $\tan \theta$ در ربع‌های اول و چهارم هم‌علامت هستند.

۴- حدود زاویه θ را در هر یک از حالات زیر مشخص کنید:

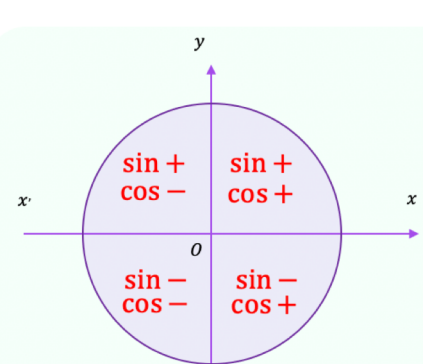
الف) $\sin \theta > 0, \cos \theta > 0$

در ربع اول می‌باشد، چون در ربع اول هر دو مثبت هستند.

ب) $\sin \theta < 0, \cos \theta > 0$

در ربع چهارم می‌باشد، چون کسینوس در ربع «اول» و «چهارم» مثبت است و سینوس در ربع «اول» و «دوم».

۵- اگر $\sin \alpha \times \cos \alpha < 0$ ، آنگاه α در کدام یک از نواحی چهارگانه می‌تواند قرار بگیرد؟ چرا؟



از آنجا که علامت سینوس و کسینوس باید مختلف باشد تا حاصل‌ضربشان منفی شود پس α در ربع‌های دوم و چهارم قرار دارد.

۶- زاویه‌ای مثل α پیدا کنید به طوری که $\tan \alpha > \cot \alpha$ ، اکنون زاویه‌ای مثل β پیدا کنید، به طوری که $\tan \beta > \cot \beta$ ، از این تمرین چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

مقدار تانژانت و کتانژانت در 45° درجه برابر هست، زاویه‌های بیشتر از 45° درجه دارای لایهای بزرگتر هستند، و از آنجا که تانژانت با y نسبت مستقیم دارد در نتیجه مقدار تانژانت نسبت به کتانژانت، بیشتر خواهد.

زاویه‌های کمتر از 45° درجه دارای لایهای بزرگتر هستند، و از آنجا که کتانژانت با x نسبت مستقیم دارد در نتیجه مقدار کتانژانت نسبت به تانژانت، بیشتر خواهد بود.

$$\tan \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{y}{x} \Rightarrow y \text{ بیشتر باشد تانژانت بیشتر است}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{x}{y} \Rightarrow x \text{ بیشتر باشد کتانژانت بیشتر است}$$

۷- در تمرین ۶ به جای تانژانت و کتانژانت به ترتیب سینوس و کسینوس قرار دهید و در مورد آن بحث کنید.

مقدار سینوس و کسینوس در 45° درجه برابر هست، زاویه‌های بیشتر از 45° درجه دارای لایهای بزرگتر هستند، و از آنجا که سینوس با y نسبت مستقیم دارد در نتیجه مقدار سینوس نسبت به کسینوس، بیشتر خواهد.

زاویه‌های کمتر از 45° درجه دارای لایهای بزرگتر هستند، و از آنجا که کسینوس با x نسبت مستقیم دارد در نتیجه مقدار کسینوس نسبت به سینوس، بیشتر خواهد بود.

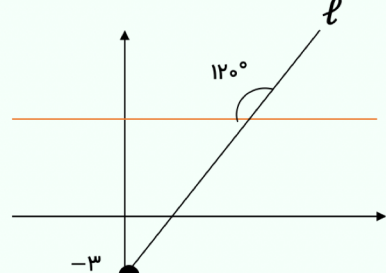
$$\sin \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{y}{1} \Rightarrow y \text{ بیشتر باشد سینوس بیشتر است}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{x}{1} \Rightarrow x \text{ بیشتر باشد کسینوس بیشتر است}$$

۸- معادله خطی را بنویسید که زاویه آن با جهت مثبت محور xها 45° است و نقطه $(0, 2)$ روی آن قرار دارد.

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ \Rightarrow y &= \tan \alpha x + b \\ \Rightarrow y &= \tan 45^\circ x + 2 \\ \Rightarrow y &= x + 2 \end{aligned}$$

۹- با توجه به شکل زیر، معادله خط l را به دست آورید.



$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ \Rightarrow y &= \tan \alpha x + b \\ \Rightarrow y &= \tan 60^\circ x - 3 \\ \Rightarrow y &= \sqrt{3}x - 3 \end{aligned}$$