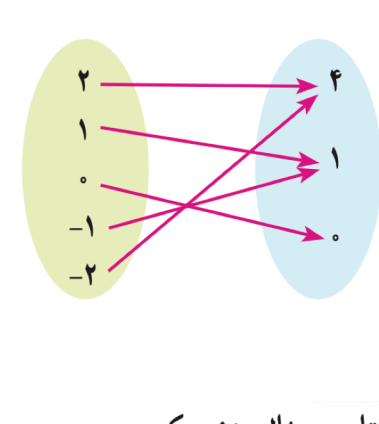
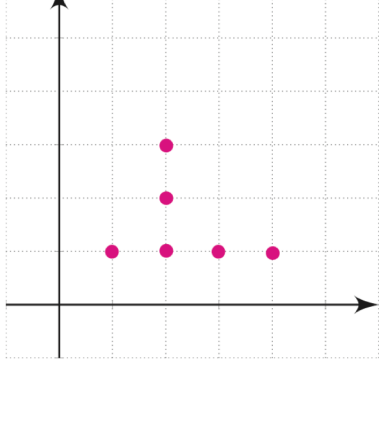
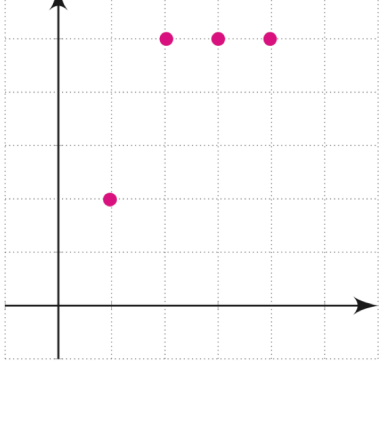


تمرین

۱) کدام یک تابع است؟

دامنه و برد هر تابع را معلوم کنید.



۲) تابعی مثال بزنید که :

الف) دامنهٔ آن تنها شامل دو عضو باشد.

ب) برد آن تنها از یک عضو تشکیل شده باشد.

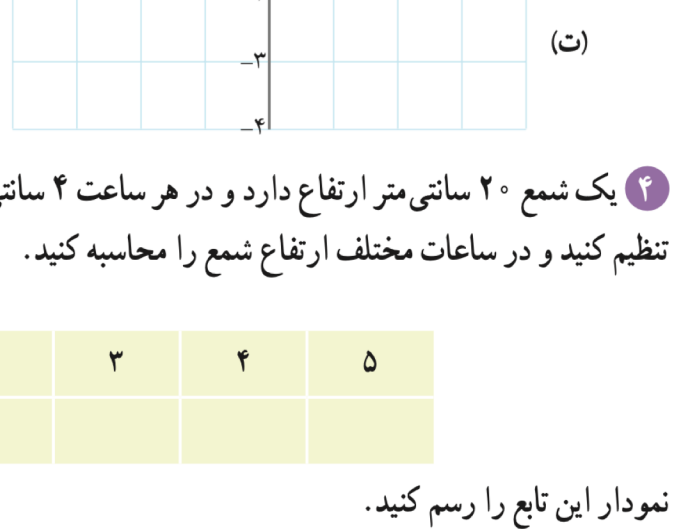
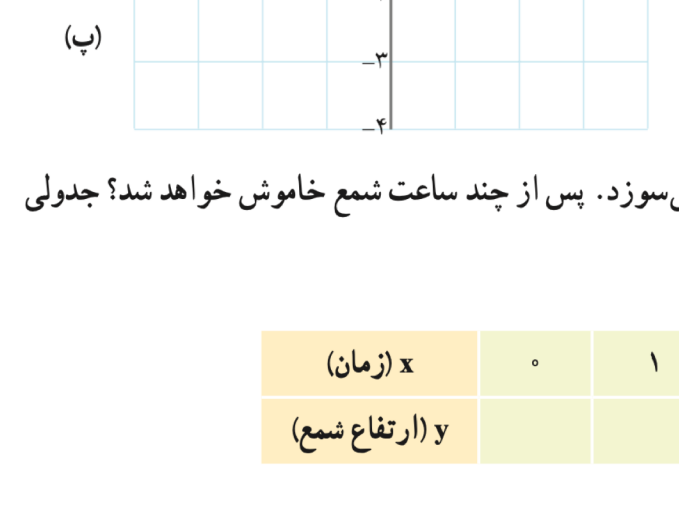
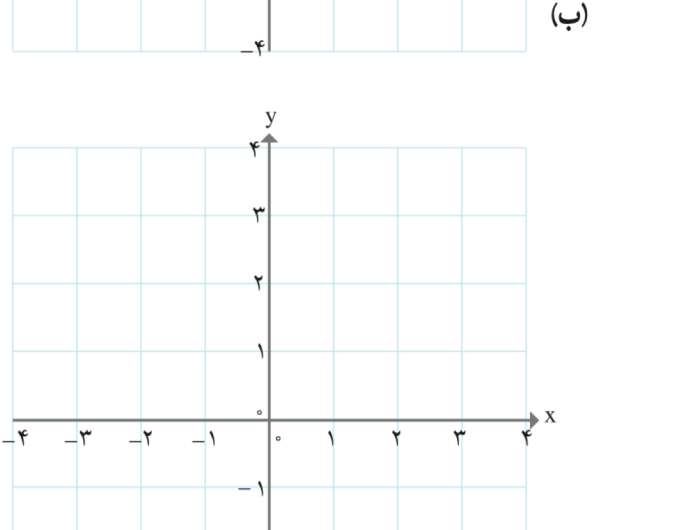
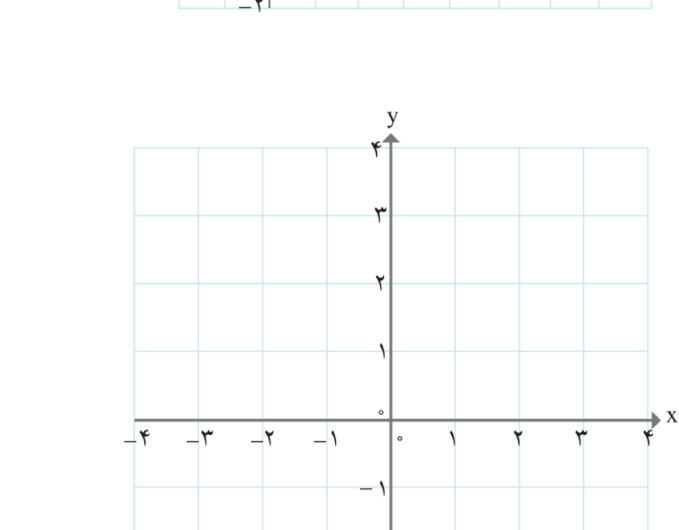
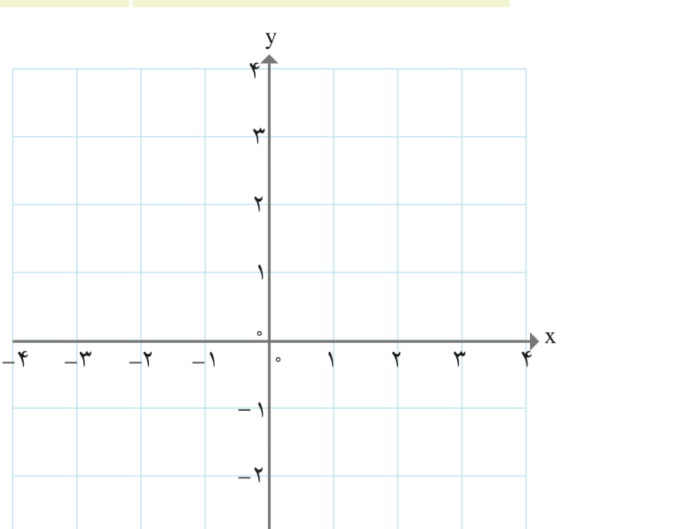
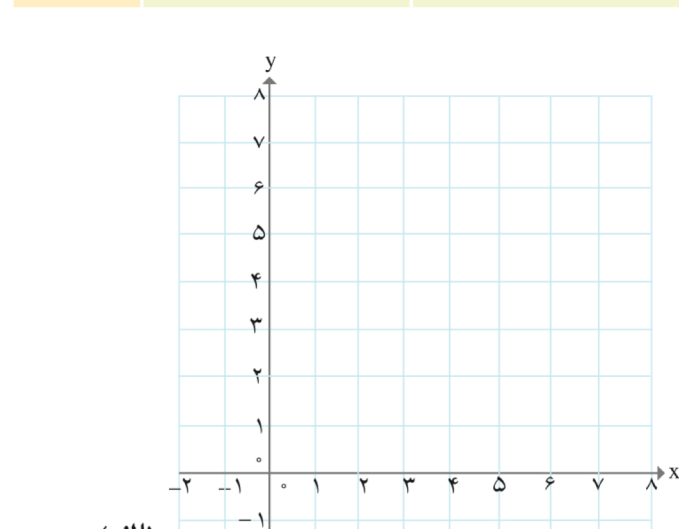
پ) دامنهٔ آن تنها یک عضو داشته باشد.

ت) دامنهٔ آن نامتناهی باشد، ولی برد آن تنها یک عضو داشته باشد.

ث) دامنه و برد آن نامتناهی باشند.

۳) جاهای خالی در جدول را کامل کنید و نمودار توابعی را که در جدول، توصیف شده‌اند، رسم کنید.

	(الف)	(ب)	(پ)	(ت)
تابع	$f(x) = 2x$	$g(x) = 2x$	$h(x) = 2x$	$y = 2x$
دامنه	$\{1, 2, 3, 4\}$	مجموعهٔ اعداد حقیقی	$[2, 3]$	مجموعهٔ اعداد حقیقی نامنفی
برد	؟	مجموعهٔ اعداد حقیقی	؟	؟



۴) یک شمع ۲۰ سانتی‌متر ارتفاع دارد و در هر ساعت ۴ سانتی‌متر آن می‌سوزد. پس از چند ساعت شمع خاموش خواهد شد؟ جدولی تنظیم کنید و در ساعات مختلف ارتفاع شمع را محاسبه کنید.

x (زمان)	۰	۱	۲	۳	۴	۵
y (ارتفاع شمع)						

نمودار این تابع را رسم کنید.

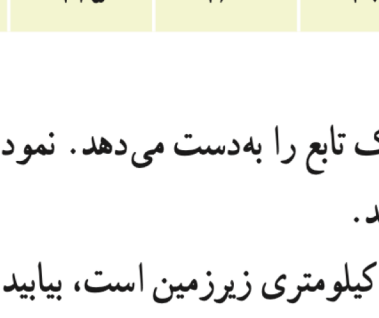
چرا این تابع، یک تابع خطی است؟

۵) آیا خط $x = 2$ را می‌توان به عنوان یک تابع در نظر گرفت؟ چرا؟ خط $y = 5$ را چگونه؟ در حالت کلی چه موقع یک خط را می‌توان یک تابع نیز در نظر گرفت؟

۶) نمایش جبری سه تابع خطی را بنویسید که دامنهٔ آن بازه $[-3, 5]$ باشد. چه تعداد از این گونه توابع وجود دارند؟

۷) نمایش جبری تابع زیر را که نمودار آن ارائه شده است، به‌دست آورید.

از بین نمایش‌های مختلفی که برای این تابع می‌دانید، کدام یک مناسب‌تر است؟



۸) جدول زیر دمای سنگ‌ها در عمق‌های متفاوت زیر سطح زمین را نشان می‌دهد.

عمق (کیلومتر)	۱	۲	۳	۴	۵	۶
دما (سانتی‌گراد)	۵۵	۹۰	۱۲۵	۱۶۰	۱۹۵	۲۳۰

الف) توضیح دهید که چرا این جدول یک تابع را به‌دست می‌دهد. نمودار آن را رسم کنید.

ب) معادله‌ای برای این تابع به‌دست آورید.

پ) دمای یک سنگ را که در عمق ۱۰ کیلومتری زیرزمین است، بیابید.

۹) الف) تابع $f(x) = -3$ را رسم کنید و مقادیر $f(2)$ و $f(100)$ و $f(-5)$ و $f(\sqrt{5})$ و $f(-\frac{3}{4})$ را به‌دست آورید.
ب) اگر دامنهٔ این تابع مجموعهٔ اعداد حقیقی باشد، نمودار تابع را رسم کنید.
پ) نمودار این تابع را وقتی که دامنهٔ آن بازهٔ $[-2, 5]$ باشد، نیز رسم کنید.

۱۰) برای یک تابع خطی می‌دانیم که : $f(2) = 11$ و $f(0) = 7$. نمودار این تابع را رسم کنید و نمایش جبری آن را بنویسید.

۱۱) آیا جدول زیر یک تابع را نشان می‌دهد؟ چرا؟

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶
y	۱	۴	۹	۱۵	۲۵	۳۶

۱۲) علی در هر دقیقه پیاده‌روی، مسافت ۱/۰ کیلومتر را طی می‌کند. اگر مسافتی را که علی در t دقیقه طی می‌کند، با $f(t)$ نمایش دهیم، کدام عبارت نمایش جبری این تابع را به‌دست می‌دهد؟

الف) $f(t) = t - 0/1$ ب) $f(t) = 0/1t$

پ) $f(t) = t + 0/1$ ت) $f(t) = 0/1 - t$

۱۳) اگر دربارهٔ تابع g داشته باشیم : $g(4) = 3$, $g(-2) = \frac{1}{3}$, $g(1) = 5$, $g(0) = 2$ ؛ g را به‌صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.

۱۴) برای اندازه‌گیری دما از واحدهای «سانتی‌گراد C» و «فارنهایت F» استفاده می‌شود که با رابطهٔ $F = \frac{9}{5}C + 32$ به یکدیگر وابسته‌اند.

الف) $20 -$ درجهٔ سانتی‌گراد، چند درجهٔ فارنهایت است؟

ب) $104 -$ درجهٔ فارنهایت چند سانتی‌گراد است؟

پ) معادله‌ای بنویسید که سانتی‌گراد را برحسب فارنهایت به‌دست آورد.

ت) آیا رابطهٔ بین این دو واحد، یک تابع خطی را معلوم می‌کند؟

۱۵) طول یک مستطیل ۳ واحد بیشتر از عرض آن است. رابطه‌ای ریاضی بنویسید که محیط این مستطیل را برحسب تابعی از عرض آن بیان کند.

۱۶) دو تابع مثال بزنید که دامنه و برد آنها یکی باشد، ولی هیچ زوج مرتب مشترکی نداشته باشند.

۱۷) نمودار تابعی را رسم کنید که دامنهٔ آن $[0, 2]$ و برد آن $[-2, 1]$ باشد. چه تعداد از این گونه توابع می‌توان رسم کرد؟

۱- کدام یک تابع است؟

دامنه و برد هر تابع را معلوم کنید.



تابع است

دامنه $= \{1, 2, 3, 4\}$

برد $= \{2, 5\}$



تابع نیست



تابع است

دامنه $= \{2, 1, 0, -1, -2\}$

برد $= \{0, 1, 4\}$

۲- تابعی مثال بزنید که:

الف) دامنهٔ آن تنها شامل دو عضو باشد.
 $A = \{(1, 2), (2, 3)\}$

ب) برد آن تنها از یک عضو تشکیل شده باشد.
 $B = \{(1, 1), (2, 1)\}$

پ) دامنهٔ آن تنها یک عضو داشته باشد.
 $C = \{(1, 2)\}$

ت) دامنهٔ آن نامتناهی باشد، ولی برد آن تنها یک عضو داشته باشد.
 $D = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), \dots, (n, 2)\}$

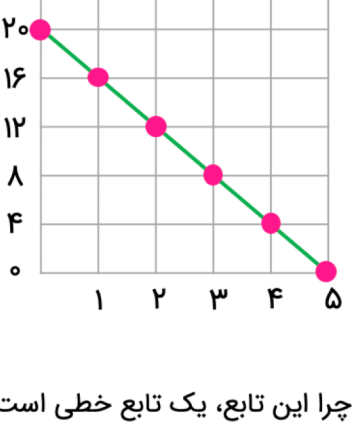
ث) دامنه و برد آن نامتناهی باشند.
 $E = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), \dots, (n, n)\}$

۳- جاهای خالی در جدول را کامل کنید و نمودار توابعی را که در جدول، توصیف شده‌اند، رسم کنید.

تابع	$f(x) = 2x$	$g(x) = 2x$	$h(x) = 2x$	$y(x) = 2x$
دامنه	$\{1, 2, 3, 4\}$	مجموعهٔ اعداد حقیقی	$[2, 3]$	مجموعهٔ اعداد حقیقی نامنفی
برد	$\{2, 4, 6, 8\}$	مجموعهٔ اعداد حقیقی	$[4, 6]$	مجموعهٔ اعداد حقیقی نامنفی

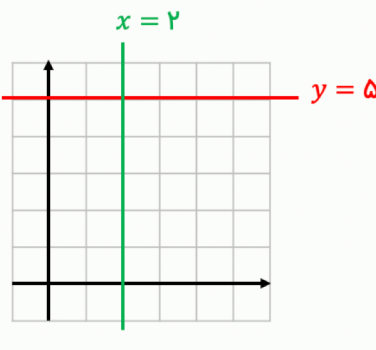
۴- یک شمع ۲۰ سانتی‌متر ارتفاع دارد و در هر ساعت ۴ سانتی‌متر آن می‌سوزد. پس از چند ساعت شمع خاموش خواهد شد؟ جدولی تنظیم کنید و در ساعات مختلف ارتفاع شمع را محاسبه کنید. نمودار این تابع را رسم کنید..

x (زمان)	۰	۱	۲	۳	۴	۵
y (ارتفاع شمع)	۲۰	۱۶	۱۲	۸	۴	۰



چرا این تابع، یک تابع خطی است؟ زیرا با اتصال نقاط به هم خط راست حاصل می‌شود، و دارای یک شیب یکسان است.

۵- آیا خط $x = 2$ را می‌توان به عنوان یک تابع در نظر گرفت؟ چرا؟ خط $y = 5$ را چطور؟ در حالت کلی چه موقع یک خط را می‌توان یک تابع نیز در نظر گرفت؟



خط $x = 2$ یک تابع نیست، زیرا بی‌شمار نقطه روی آن قرار دارد که مؤلفه اول آنها یکسان می‌باشد اما مؤلفه دوم آنها مقادیر متفاوتی دارد.

خط $y = 5$ یک تابع است. زیرا هیچ دو نقطه روی آن دارای مؤلفه‌های اول برابر نیستند.

۶- نمایش جبری سه تابع خطی را بنویسید که دامنه آن بازه $[-3, 5]$ باشد. چه تعداد از این گونه توابع وجود دارند؟

24ghadam.com

بی‌نهایت تابع وجود دارد که دامنه‌ی آنها $[-3, 5]$ باشد.

$$f(x) = x \quad [-3, 5]$$

$$f(x) = \sqrt{3}x \quad [-3, 5]$$

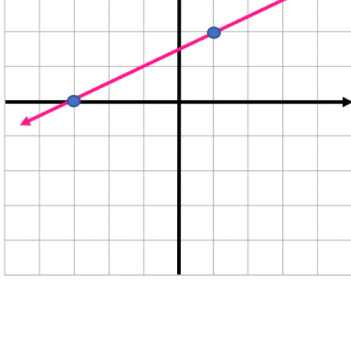
$$g(x) = 2x \quad [-3, 5]$$

$$g(x) = -x - 1 \quad [-3, 5]$$

$$h(x) = 2x + 2 \quad [-3, 5]$$

$$h(x) = \sqrt{5}x + 1 \quad [-3, 5]$$

۷- نمایش جبری تابع زیر را که نمودار آن ارائه شده است، به‌دست آورید.



تابع خطی به شکل $y = ax + b$ است.

تابع از دو نقطه‌ی $(1, 2)$ و $(-3, 0)$ می‌گذرد.

پس داریم:

$$a = \frac{2 - 0}{1 - (-3)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

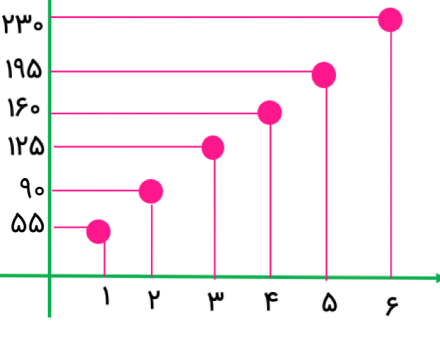
$$y = \frac{1}{2}x + b \rightarrow (0) = \frac{1}{2}(-3) + b \rightarrow b = \frac{3}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

از بین نمایش‌های مختلفی که برای این تابع می‌دانید، کدام یک مناسب‌تر است؟ نمایش تابع به‌صورت ضابطه‌ای و نمودار مختصاتی.

۸- جدول زیر دمای سنگ‌ها در عمق‌های متفاوت زیر سطح زمین را نشان می‌دهد.

عمق (کیلومتر)	۱	۲	۳	۴	۵	۶
دما (سانتی‌گراد)	۵۵	۹۰	۱۲۵	۱۶۰	۱۹۵	۲۳۰

الف) توضیح دهید که چرا این جدول یک تابع را به‌دست می‌دهد. نمودار آن را رسم کنید.



چون به هر عمق فقط یک دمای معین نسبت داده شده است.

24ghadam.com

ب) معادله‌ای برای این تابع به‌دست آورید.

$$y = ax + b$$

$$a = \frac{90 - 55}{2 - 1} = 35$$

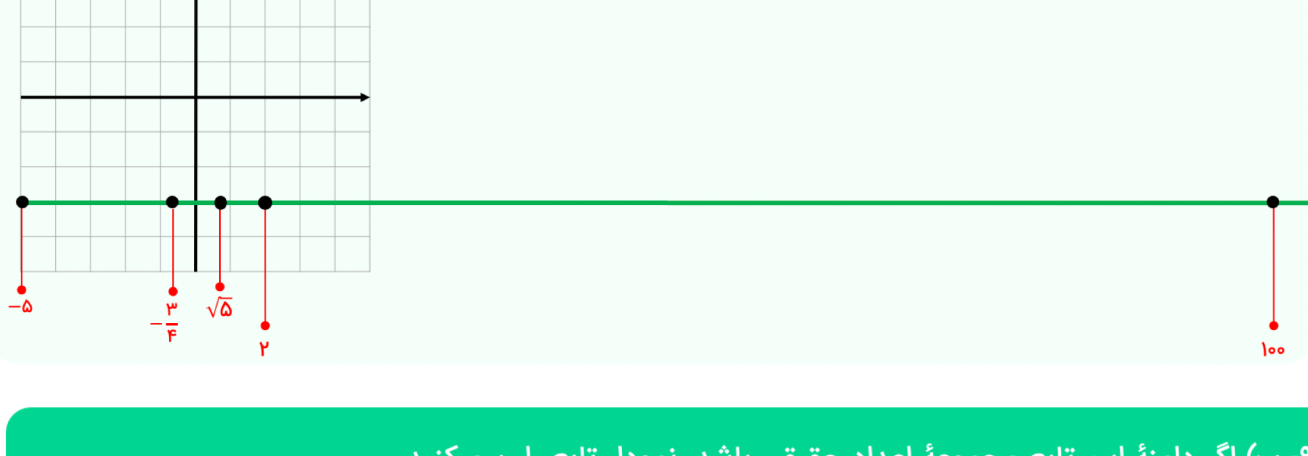
$$y = 35x + b \rightarrow (55) = 35(1) + b \rightarrow b = 20 \rightarrow y = 35x + 20$$

پ) دمای یک سنگ را که در عمق ۱۰ کیلومتری زیرزمین است، بیابید.

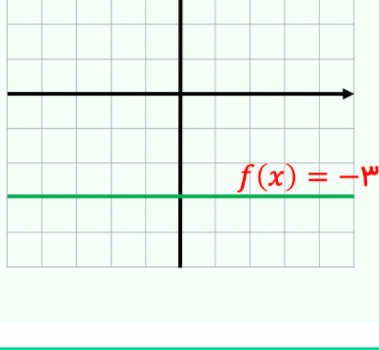
$$y = 35x + 20 \rightarrow y = 35(10) + 20 \rightarrow y = 370$$

۹- الف) تابع $f(x) = -3$ را رسم کنید و مقادیر $f(100)$ ، $f(2)$ ، $f(-5)$ و $f(\sqrt{5})$ و $f(-\frac{3}{4})$ را به‌دست آورید.

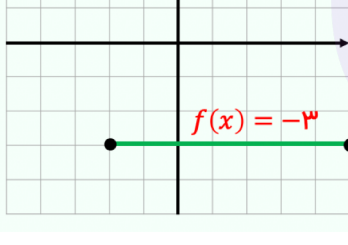
24ghadam.com



ب) اگر دامنه این تابع مجموعه اعداد حقیقی باشد، نمودار تابع را رسم کنید.



۹- پ) نمودار این تابع را وقتی که دامنه آن بازه $[-2, 5]$ باشد، نیز رسم کنید.



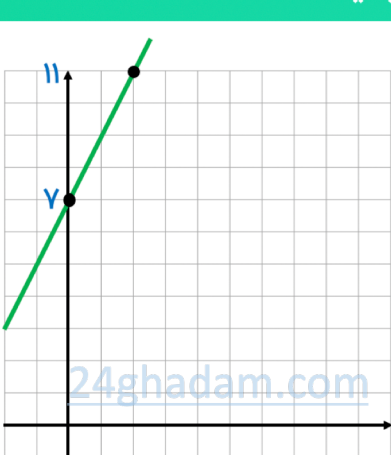
۱۰- برای یک تابع خطی می‌دانیم که: $f(2) = 11$ و $f(0) = 7$ ، نمودار این تابع را رسم کنید و نمایش جبری آن را بنویسید.

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = 7 \rightarrow 7 = a(0) + b \rightarrow b = 7$$

$$f(2) = 11 \rightarrow 11 = 2a + (7) \rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2x + 7$$



۱۱- آیا جدول زیر یک تابع را نشان می‌دهد؟ چرا؟

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶
y	۱	۲	۹	۱۵	۲۵	۳۶

بله، این جدول یک تابع را نشان می‌دهد. زیرا به هر x دقیقاً یک y متناظر شده است.

۱۲- علی در هر دقیقه پیاده‌روی، مسافت $\frac{1}{10}$ کیلومتر را طی می‌کند. اگر مسافتی را که علی در t دقیقه طی می‌کند، با $f(t)$ نمایش دهیم، کدام عبارت نمایش جبری این تابع را به‌دست می‌دهد؟

۱) $f(t) = \frac{1}{10}t$

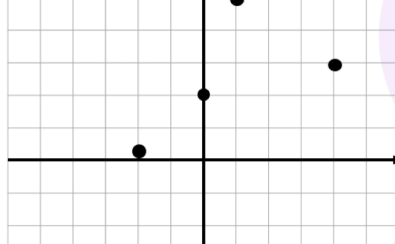
زیرا در هر دقیقه $\frac{1}{10}$ کیلومتر را طی می‌کند.

۲) $f(t) = t - \frac{1}{10}$

۳) $f(t) = \frac{1}{10} - t$

۴) $f(t) = t + \frac{1}{10}$

۱۳- اگر درباره تابع g داشته باشیم: $g(4) = 3$ ، $g(-2) = \frac{1}{10}$ ، $g(1) = 5$ ، $g(0) = 2$ ، g را به‌صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.



$$g = \{(4, 3), (-2, \frac{1}{10}), (1, 5), (0, 2)\}$$

۱۴- برای اندازه‌گیری دما از واحدهای «سانتی‌گراد C » و «فارنهایت F » استفاده می‌شود که با رابطه $F = \frac{9}{5}C + 32$ به یکدیگر وابسته هستند.

الف) 20 - درجه سانتی‌گراد، چند درجه فارنهایت است؟

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \rightarrow C = -20 \rightarrow F = \frac{9}{5}(-20) + 32 \rightarrow -36 + 32 = -4$$

20 - درجه سانتی‌گراد، -4 درجه فارنهایت است.

24ghadam.com

ب) 104 درجه فارنهایت چند درجه سانتی‌گراد است؟

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \rightarrow F = 104 \rightarrow 104 = \frac{9}{5}C + 32 \rightarrow (104 - 32) \frac{5}{9} = C$$

$$\rightarrow C = 72 \times \frac{5}{9} = 40$$

104 درجه فارنهایت 40 درجه سانتی‌گراد است.

۱۴- برای اندازه‌گیری دما از واحدهای «سانتی‌گراد C » و «فارنهایت F » استفاده می‌شود که با رابطه $F = \frac{9}{5}C + 32$ به یکدیگر وابسته هستند.

پ) معادله‌ای بنویسید که سانتی‌گراد را بر حسب فارنهایت به‌دست آورد.

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \rightarrow C = \frac{5}{9}(F - 32) \rightarrow C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$$

ت) آیا رابطه بین این دو واحد، یک تابع خطی را معلوم می‌کند؟

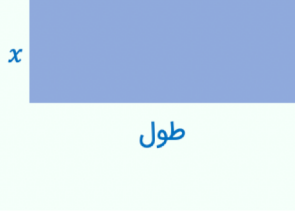
$$C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$$

بله، زیرا این رابطه به شکل $y = ax + b$ است.

۱۵- طول یک مستطیل ۳ واحد بیشتر از عرض آن است. رابطه‌ای ریاضی بنویسید که محیط این مستطیل را برحسب تابعی از عرض آن بیان کند.

طول مستطیل را با y و عرضش را با x نشان می‌دهیم، پس داریم:

24ghadam.com



$$y = x + 3$$

$$P = 2(x + y)$$

$$P(x) = 2(x + x + 3)$$

$$P(x) = 4x + 6$$

۱۶- دو تابع مثال بنزید که دامنه و برد آنها یکی باشد، ولی هیچ زوج مرتب مشترکی نداشته باشند.

$$f = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3)\}$$

$$g = \{(a, 3), (b, 1), (c, 2)\}$$

24ghadam.com

$$D_f = \{a, b, c\} = D_g$$

$$R_f = \{1, 2, 3\} = R_g$$

۱۷- نمودار تابعی را رسم کنید که دامنه آن $[0, 2]$ و برد آن $[-2, 1]$ باشد.

چه تعداد از این گونه توابع می‌توان رسم کرد؟

بی‌نهایت تابع می‌توان رسم کرد که دامنه‌ی آن $[0, 2]$ و برد آن $[-2, 1]$ باشد.

